

Anhang

$$1.1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$1.2: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

2.:

a: große Halbachse

b: kleine Halbachse

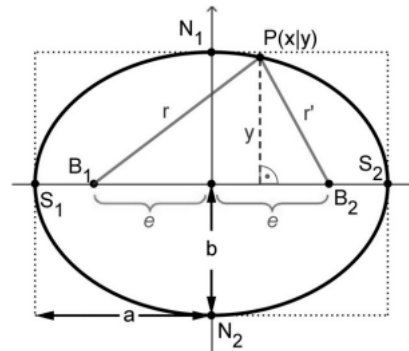
e: lineare Exzentrizität

M (0|0): Mittelpunkt

B1/2 ($\pm e|0$): Brennpunkte

S1/2 ($\pm a|0$): Hauptscheitel

N1/2 (0 $\pm b$): Nebenscheitel



Mit $r+r'=2a$ ergibt sich für die Ellipse die Formel:

$$\sqrt{(e+x)^2 + y^2} + \sqrt{(e-x)^2 + y^2} = 2a$$

$$\sqrt{(e+x)^2 + y^2} + \sqrt{(e-x)^2 + y^2} = 2a$$

$$(e+x)^2 + y^2 = 4a^2 - 4a\sqrt{(e-x)^2 + y^2} + (e-x)^2 + y^2$$

$$4a\sqrt{(e-x)^2 + y^2} = 4a^2 + (e-x)^2 - (e+x)^2$$

$$4a\sqrt{(e-x)^2 + y^2} = 4a^2 + e^2 - 2ex + x^2 - (e^2 + 2ex + x^2)$$

$$4a\sqrt{(e-x)^2 + y^2} = 4a^2 - 4ex$$

$$\sqrt{(e-x)^2 + y^2} = a - \frac{e}{a} \cdot x$$

$$(e-x)^2 + y^2 = \left(a - \frac{e}{a} \cdot x\right)^2$$

$$e^2 - 2ex + x^2 + y^2 = a^2 - 2ex + \frac{e^2}{a^2} \cdot x^2$$

$$x^2 - \frac{e^2}{a^2} \cdot x^2 + y^2 = a^2 - e^2$$

$$a^2 \cdot x^2 - e^2 \cdot x^2 + a^2 \cdot y^2 = a^2 \cdot (a^2 - e^2)$$

$$(a^2 - e^2) \cdot x^2 + a^2 \cdot y^2 = a^2 \cdot (a^2 - e^2)$$

$$b^2 \cdot x^2 + a^2 \cdot y^2 = a^2 \cdot b^2$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$- \sqrt{(e-x)^2 + y^2}$$

Quadrieren

$$-y^2, \text{ danach } +4a\sqrt{(e-x)^2 + y^2} - (e-x)^2$$

1. und 2. Binomische Formel

Klammer auflösen

$$\cdot \frac{1}{4a}$$

Quadrieren

2. binomische Formel

$$+2ex - \frac{e^2}{a^2} \cdot x^2 - e^2$$

$$\cdot a^2$$

x^2 ausklammern

Da bei $a=r=r'$ $b^2 = a^2 - e^2$ gilt, Klammer ersetzen

$$\cdot \frac{1}{a^2 \cdot b^2}$$

Ellipsengleichung in Mittelpunktslage mit den Halbachsen a und b

Die Gleichung einer Hyperbel kann mit denselben Schritten hergeleitet werden, dort gilt aber:

$$b^2 = e^2 - a^2$$